



สนุกคิด กับ ทฤษฎีเกม

ตอนที่ 4 ความน่าจะเป็น (Probability) และ Mixed Strategy

วีโรจน์ ลักษณ์นาถิศร

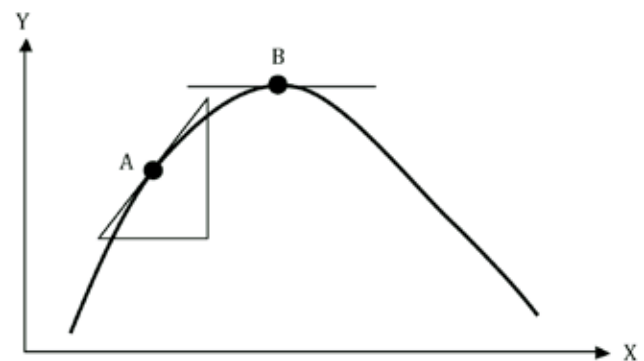
Ph.D. Candidate สาขาวิชาเศรษฐศาสตร์
สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์ (NIDA)

ต่อ จากฉบับที่แล้ว

ในมุมมองของนักเศรษฐศาสตร์นั้น เขาจะพยายามเลือกทางเลือกที่ให้ “ผลตอบแทนที่คาดหวัง (Expected payoff)” ที่สูงที่สุด เพราะเป็นผลตอบแทนที่ประเมินถึงความเสี่ยงที่ต้องแบกรับไว้แล้ว ดังนั้น การตัดสินใจที่จะเลือกทางเลือกไหนจึงให้ความสำคัญกับผลตอบแทนในแต่ละทางเลือก พร้อมกับการวิเคราะห์ข้อมูลสถิติที่บ่งชี้ได้ถึงความน่าจะเป็นต่างๆ สำหรับในทฤษฎีเกมนั้นความน่าจะเป็นที่ต้องสนใจก็คือ “ความน่าจะเป็นในการเลือกทางเลือกของคู่แข่ง” นั่นเอง เพราะถ้าเรามีข้อมูลสถิติจนพอที่จะทำให้เราเดาหรือคาดคะเนได้ว่าคู่แข่งจะเลือกทางใด เราก็จะสามารถเลือกทางเลือกไว้รับมือได้อย่างเหมาะสม นั่นก็คือ ทางเลือกที่ทำให้เราได้รับผลตอบแทนที่คาดหวังสูงสุด (Maximum expected payoff) นั่นเอง ซึ่งเกมประเภทนี้ในทฤษฎีเกมเรียกว่า Mixed Strategy ครับ หรืออาจจะเรียกเป็นภาษาไทยได้ว่า “เกมประเภทที่มีกลยุทธ์ผสมผสาน” คำว่า “ผสมผสาน” นั้นหมายถึงว่า การตัดสินใจเลือกทางเลือกที่ดีที่สุดนั้น ขึ้นอยู่กับว่ามีข้อมูลที่บ่งชี้ได้ว่าคู่แข่งมักจะเลือกทางเลือกใดนั่นเองครับ ในภาษาฟุตบอลมักจะเรียกว่า “การแก้เกม” ไล่ละครับอย่างผู้จัดการทีมชื่อดังอย่าง โจเซ่ มูริญโญ นั้นเคยให้สัมภาษณ์ว่าเขาเตรียมแผนการแก้เกมไว้มากถึง 10 รูปแบบเสียวนะครับ ขึ้นอยู่กับว่าคู่แข่งของเขาจะเล่นเกมในรูปแบบใด เห็นไหมครับความน่าจะเป็นมีความสำคัญมากๆ นะครับในการตัดสินใจเลือกทางเลือกที่เหมาะสมที่สุด

อย่างไรก็ตามสำหรับ Mixed Strategy นั้น อาจจะต้องใช้ความรู้ในวิชาแคลคูลัส ในส่วนของการหาอนุพันธ์ (Differentiation) เสียหน่อยนะครับ ผมจะอธิบายสั้นๆ ก็แล้วกันนะครับ เรามาดูกราฟ

ด้านล่างนี้ก่อนนะครับ



ในวิชาแคลคูลัส (Calculus) นั้น หากเราต้องการที่จะหาจุดสูงสุดนั้น เราจะต้องพิจารณาจากค่าอนุพันธ์ (Differentiation) ซึ่งเด็กมัธยมปลายมักจะเรียกกันสั้นๆ ติดปากว่า “ดิฟ” นั่นละครับ (แต่ถ้าไม่ใช่ “ดิฟ” นะครับ) ซึ่งเจ้าค่า “ดิฟ” นี้ก็คือค่าความชัน (Slope) ณ จุดใดๆ ของกราฟนี้ละครับ ซึ่งหากเราให้ Y เป็นผลตอบแทน (Payoff) ตามค่า X ต่างๆ เราจะเห็นว่าที่จุดใดๆ เช่น จุด A ก็จะมีค่าความชันในระดับใดระดับหนึ่ง แต่จุดที่ให้ค่า Y สูงที่สุด (ยอดดอย) จะมีค่าความชันเท่ากับศูนย์ใช่ไหมครับ ด้วยคุณสมบัติที่ว่า “จุดสูงสุดของผลตอบแทน จะมีค่าความชันเท่ากับศูนย์” จะเป็นเงื่อนไขสำคัญในการตัดสินใจเลือกทางเลือกเสียวนะครับ

มาถึงตรงนี้เราเข้าใจแล้วนะครับว่าจุดสูงสุดของผลตอบแทนนั้นจะต้องมีค่าความชันหรือค่าอนุพันธ์ (Differentiation) หรือค่าดิฟเท่ากับศูนย์ คราวนี้ผมขออนุญาตแนะนำวิธีการดิฟหน่อยก็แล้วกันนะครับ คิดว่าคงไม่ยากเกินไปเท่าไรหรอกครับ ถือว่าเรียนพื้นฐานของแคลคูลัสด้วยกันก็แล้วกันนะครับ อย่างผมยกตัวอย่างฟังก์ชัน $Y = -3X^2 + 24X + 5$ แล้วเราอยากจะทำว่า ณ จุด X ใดที่ให้ค่า Y สูงสุด

แล้วเราได้ค่า Y สูงสุดเท่ากับเท่าไรวิธีการก็ง่ายๆ ครับ คือเราต้องหา ค่าความชันของฟังก์ชัน $Y = -3X^2 + 24X + 5$ ก่อนใช่ไหมครับ

เริ่มต้นด้วยการหาอนุพันธ์ของ $Y = -3X^2 + 24X + 5$ ซึ่งค่าอนุพันธ์จะแทนด้วยสัญลักษณ์ dY/dX นะครับ ซึ่งตามที่ผมได้ไม่ไปแล้วใช่ไหมครับว่าเด็กมัธยมเขาจะเรียกการหาอนุพันธ์ว่า “ดิฟ” ซึ่งการดิฟฟังก์ชันพหุนามที่ X มีตัวเลขยกกำลัง ปกติเราจะปิดตัวเลขยกกำลังของ X ลงมาคูณกับค่าสัมประสิทธิ์ข้างหน้า แล้วเราก็ลดตัวเลขยกกำลังลงเสียหนึ่งนะครับ ลองดูนะครับด้วยวิธีการนี้ เราจะได้อดิฟได้เท่ากับ

$$dY/dX = 3(2)X^1 + 24(1)X^0 + 5(0)X^{-1} = 6X - 24$$

หมายเหตุ: ตัวเลขอะไรที่ยกกำลังด้วยศูนย์ จะมีค่าเท่ากับ 1 ดังนั้น $X^0 = 1$

เรารู้แล้วว่าไหมครับว่าจุดที่ให้ค่า Y สูงสุด นั้นเป็นจุดที่มีค่าดิฟเท่ากับศูนย์ ดังนั้นเราจึงทราบว่า

$$6X - 24 = 0$$

$$6X = 24$$

$$X = 4$$

แสดงว่า ณ จุด $X = 4$ นั้นให้ผลตอบแทนสูงสุด โดยให้ $Y = -3(4)^2 + 24(4) + 5 = -48 + 96 + 5 = 53$ นั่นเอง เอาล่ะครับผมคงไม่ลงลึกไปกว่านี้ เพราะเดี๋ยวผู้อ่านจะมึนเกินไปนะครับ แต่ผมยืนยันด้วยเกียรติของลูกเสือสำรองเลยนะครับว่า ผมมักจะได้ยินคำพูดของคุณครูหลายๆ ท่านว่า คณะเศรษฐศาสตร์เป็นคณะของนักเรียนสายศิลป์ที่ไม่ต้องอาศัยทักษะทางคณิตศาสตร์ซึ่งผมขอแย้งเลยครับ เพราะว่าแท้จริงแล้ววิชาเศรษฐศาสตร์เป็นวิชาที่ต้องใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ และตรรกะในการวิเคราะห์ค่อนข้างมากเลย

ที่เดียวครับ อย่างนักเศรษฐศาสตร์ชื่อดังๆ ระดับโลกที่ได้รางวัลโนเบล มักจะต้องใช้คณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนในการอธิบายปรากฏการณ์ต่างๆ เสมอ อย่างจอห์น แนช นี่ก็เป็นนักคณิตศาสตร์นะครับ เขาจึงประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ในการอธิบายทฤษฎีเกม จนทำให้เราต้องมาปวดหัวอยู่อย่างทุกวันนี้ไงครับ

ผมลองยกตัวอย่างเพื่อประกอบความเข้าใจในเรื่องของ Mixed Strategy กันให้มากขึ้นก็แล้วกันนะครับ สมมติว่าเราเป็นตำรวจและวิ่งตามจับโจรมาเรื่อยๆ จนถึงทางแยกแห่งหนึ่ง ซึ่งตำรวจต้องตัดสินใจแล้วละครับว่าโจรหนีไปทางซ้าย หรือหนีไปทางขวา เอาล่ะสิครับ ตำรวจจะเลือกทางซ้ายหรือทางขวาค่ะ ในกรณีนี้ผมจะเขียนทางเลือกในการตัดสินใจเป็นตารางผลตอบแทน (Payoff Matrix) และแผนผังต้นไม้ (Tree Diagram) เพื่อประกอบการตัดสินใจ ดังนี้

ตารางผลตอบแทน (Payoff Matrix)

ณ จุดที่เป็นทางแยก หากตำรวจเลือกทางที่ตรงกับที่โจรเลือก ก็จะทำให้ตำรวจสามารถจับโจรได้ ซึ่งในกรณีที่ตำรวจเลือกทางผิด คือไปคนละทางกับที่โจรหนีไป โจรก็จะหนีลอยนวลไปได้ ส่วนตำรวจก็อาจจะต้องถูกผู้บังคับบัญชาตำหนิ ในกรณีนี้ ผมสมมติว่า โจรรายนี้เป็นโจรมืออาชีพ ที่ติดคุกมาหลายครั้งแล้ว เรียกได้ว่าเข้าๆ ออกๆ คุกอยู่เป็นกิจวัตร ดังนั้นหากโจรรายนี้ถูกจับได้ คงต้องกลับไปติดคุก ซึ่งก็เป็นสิ่งที่เคยติดมาแล้ว แต่ถ้าเขาสามารถหลบหนีได้ เขาก็จะรู้สึกได้ถึงอิสรภาพ ซึ่งมีความหมายกับโจรรายนี้มาก ดังนั้น หากเขาสามารถหนีจากการจับกุมครั้งนี้ได้ โจรจึงเสมือนได้ผลตอบแทน = 2 แต่ถ้าถูกจับได้จะได้ผลตอบแทน = -1 สำหรับเจ้าหน้าที่ตำรวจ ถ้าเขาสามารถจับโจรรายนี้ได้ เขาก็ย่อมต้องได้รับค่าชมจากผู้บังคับบัญชา ในทางกลับกันหากไม่สามารถจับโจรรายนี้ได้ก็ย่อมต้องได้รับคำตำหนิเป็นของธรรมดา ดังนั้น ผมจึงให้ตำรวจได้รับผลตอบแทน = 1 ในกรณีที่สามารจับกุมโจรได้ แต่ถ้าตำรวจไม่สามารถจับกุมโจรรายนี้ได้ ก็จะได้รับผลตอบแทน = -1 ซึ่งสามารถสรุปได้ดังตาราง ดังต่อไปนี้

		โจร	
		ทางซ้าย (L)	ทางขวา (R)
ตำรวจ	ทางซ้าย (L)	(1, -1)	(-1, 2)
	ทางขวา (R)	(-1, 2)	(1, -1)

อ่าน ต่อฉบับหน้า