

สนุกคิด กับทฤษฎีเกม

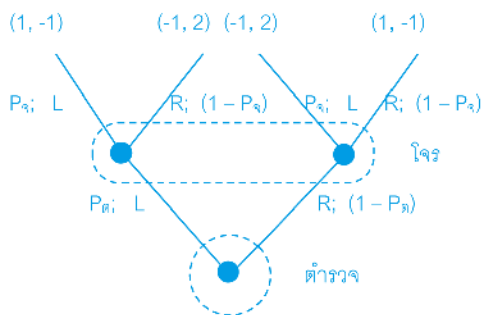
ตอนที่ 4 ความน่าจะเป็น (Probability) และ Mixed Strategy

วีโรจน์ ลักษณ์นาถิก

Ph.D. Candidate สาขาวิชาเศรษฐศาสตร์
สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์ (NIDA)

ต่อ จากฉบับที่แล้ว

เกมๆ (Dominant Strategy) พอมาพิจารณาจุดสมดุลของแนช (Nash's Equilibrium) ก็ไม่มีอีก (จำได้ไหมครับว่าจุดสมดุลของแนช คือ จุดที่เราไม่มีทางเลือกไปสู่อีกจุดที่ดีกว่าเดิมได้อีกแล้ว) เมื่ออยู่ในกรณีนี้การวิเคราะห์การตัดสินใจจึงจำเป็นต้องใช้ Mixed Strategy โดยผู้เขียนขออธิบายแนวทางในการตัดสินใจโดยอ้างอิงเป็นแผนผังต้นไม้ ดังต่อไปนี้



กำหนดให้:

1. ตำรวจมีความน่าจะเป็นที่จะเลือกทางซ้ายอยู่ที่ P_t ดังนั้นตำรวจจึงมีความน่าจะเป็นที่จะเลือกทางขวา $= 1 - P_t$
 2. โจรมีความน่าจะเป็นที่จะเลือกทางซ้ายอยู่ที่ P_q ดังนั้นโจรจึงมีความน่าจะเป็นที่จะเลือกทางขวา $= 1 - P_q$
- ดังนั้น
พิจารณาผลตอบแทนของตำรวจ (π_t)
ผลตอบแทนของตำรวจ (π_t) $= P_t P_q (1) + P_t (1 - P_q) (-1) + (1 - P_t) P_q (-1) + (1 - P_t) (1 - P_q) (1)$
หากเราเป็นตำรวจ เราจะต้องตัดสินใจเลือกทางเลือกที่ทำให้ผลตอบแทนของตำรวจ (π_t) มีค่าสูงสุดใช่ไหมครับ ดังนั้นในทางเศรษฐศาสตร์จึงใช้สัญลักษณ์ในการหาผลตอบแทนสูงสุดของตำรวจไว้ ดังต่อไปนี้

$$\text{Max } \pi_t = P_t P_q (1) + P_t (1 - P_q) (-1) + (1 - P_t) P_q (-1) + (1 - P_t) (1 - P_q) (1)$$

$$\text{Max } \pi_t = P_t [P_q (1) + (1 - P_q) (-1)] + (1 - P_t) [P_q (-1) + (1 - P_q) (1)]$$

$$\text{Max } \pi_t = P_t (2 P_q - 1) + (1 - P_t) (1 - 2 P_q)$$

$$\frac{\partial \pi_t}{\partial P_t} = 4 P_q - 2 = 0$$

จากสมการข้างต้นนี้การที่จะทำให้ $\frac{\partial \pi_t}{\partial P_t} = 0$ เพื่อวิเคราะห์การตัดสินใจ เพื่อให้ผลตอบแทนของตำรวจนั้นมีค่าสูงสุด จะทำให้พบความสัมพันธ์ที่ว่า $4 P_q - 2 = 0$ ซึ่งจากการแก้สมการจะทำให้ได้ $P_q = 0.5$ ในกรณีที่ $\frac{\partial \pi_t}{\partial P_t} = 0$ $P_q = 0.5$ $P_t^* = [0, 1]$ หมายความว่า P_t^* มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 1

หมายความว่า ถ้าโจรมีความน่าจะเป็นที่จะเลือกหนีไปทางซ้ายที่ 0.5 (โอกาสที่โจรจะหนีไปทางซ้ายและทางขวาเท่าๆ กัน 50-50) ในกรณีนี้ตำรวจจะมีความน่าจะเป็นที่จะเลือกไปทางซ้ายที่ทำให้ผลตอบแทนสูงสุด (P_t^*) เท่าไรก็ได้ เรียกว่าถ้าตำรวจมีข้อมูลทางสถิติว่าโอกาสที่โจรจะหนีไปทางซ้าย หรือทางขวานั้นเป็น 50-50 ตำรวจจะตัดสินใจอย่างไรก็ได้ จะพันธงไปทางซ้ายเลย ($P_t^* = 1$) หรือจะพันธงไปทางขวาเลย ($P_t^* = 0$) หรือจะลั้งเลอะตามไปทางซ้าย หรือทางขวา (P_t^* มีค่าอยู่ระหว่าง 0 และ 1) ก็ไม่เป็นไรครับ ตำรวจสามารถทำให้ผลการตอบแทนสูงสุดได้

$$\text{ในกรณีที่ } \frac{\partial \pi_t}{\partial P_t} > 0 \quad 0.5 < P_q \leq 1 \quad P_t^* = 1$$

หมายความว่า ถ้าโจรมีความน่าจะเป็นที่จะเลือกหนีไปทางซ้ายมากกว่าที่จะหนีไปทางขวา ($0.5 < P_q \leq 1$) หากแทนค่าที่

สมการ $\frac{\partial \pi_t}{\partial P_t} = 4 P_q - 2$ จะทำให้เราทราบว่า $\frac{\partial \pi_t}{\partial P_t} > 0$ หมายความว่ายิ่ง P_t มากขึ้นยิ่งทำให้ผลตอบแทนของเจ้าหน้าที่ตำรวจมากขึ้น (ดังนั้นเราจึงควรจะเพิ่มค่า P_t ให้ไปสู่ค่าที่มากที่สุดเพื่อทำให้ผลตอบแทนตำรวจมากที่สุด ซึ่งตามทฤษฎีความน่าจะเป็น P_t จะมีค่ามาก

ที่สุดที่ 1) ดังนั้น ถ้าตำรวจมีข้อมูลว่าโจรมีโอกาสที่จะหนีไปทางซ้าย ตำรวจต้องพันธงไปเลยว่าจะต้องตามไปทางซ้าย ($P^* = 1$)

$$\text{ในกรณีที่ } \frac{\partial \pi_p}{\partial P} < 0 \quad 0 \leq P_q < 0.5 \quad P^* = 0$$

หมายความว่า ถ้าโจรมีความน่าจะเป็นที่จะเลือกหนีไปทางขวามากกว่าที่จะหนีไปทางขวา ($0 \leq P_q < 0.5$) หากแทนค่าที่

สมการ $\frac{\partial \pi_p}{\partial P} = 4P - 2$ จะทำให้เราทราบว่า $\frac{\partial \pi_p}{\partial P} < 0$ หมายความว่ายิ่ง P มากขึ้นยิ่งทำให้ผลตอบแทนของเจ้าหน้าที่ตำรวจลดลง (ดังนั้น เราจึงควรลดค่า P ให้ไปสู่ค่าที่น้อยที่สุดเพื่อให้ผลตอบแทนตำรวจมากที่สุด ซึ่งตามทฤษฎีความน่าจะเป็น P จะมีค่าน้อยที่สุดที่ 0) ดังนั้น ถ้าตำรวจมีข้อมูลว่าโจรมีโอกาสน้อยมากที่จะหนีไปทางซ้าย (นั่นหมายความว่าข้อมูลระบุว่าโจรมีโอกาสนี้ไปทางขวา) ตำรวจต้องพันธงไปเลยว่าจะต้องไม่ตามไปทางซ้าย หรือต้องตามไปทางขวานั้นเอง ($P^* = 0$)

พิจารณาผลตอบแทนของโจร (π_j)

$$\text{ผลตอบแทนของโจร } (\pi_j) = P_q P_q (-1) + P_q (1-P_q)(2) + (1-P_q) P_q (2) + (1-P_q) (1-P_q)(-1)$$

หากเราเป็นโจร เราจะต้องตัดสินใจเลือกทางเลือกที่ทำให้ผลตอบแทนของตำรวจ (π_p) มีค่าสูงสุดใช่ไหมครับ ดังนั้นในทางเศรษฐศาสตร์จึงใช้สัญลักษณ์ในการหาผลตอบแทนสูงสุดของตำรวจไว้ดังต่อไปนี้

$$\text{Max } \pi_j = P_q P_q (-1) + P_q (1-P_q)(2) + (1-P_q) P_q (2) + (1-P_q) (1-P_q)(-1)$$

$$\text{Max } \pi_j = P_q [P_q (-1) + (1-P_q)(2)] + (1-P_q) [P_q (2) + (1-P_q)(-1)]$$

$$\text{Max } \pi_j = P_q (1 - 3P_q) + (1-P_q)(-1 + 3P_q)$$

$$\frac{\partial \pi_j}{\partial P_q} = -3P_q + 3 - 3P_q = 0 \quad \frac{\partial \pi_j}{\partial P_q} = 3 - 6P_q = 0$$

จากสมการข้างต้นนี้ การที่จะทำให้ $\frac{\partial \pi_j}{\partial P_q} = 0$ เพื่อวิเคราะห์การตัดสินใจ เพื่อให้ผลตอบแทนของโจรมันมีค่าสูงสุด จะทำให้พบความสัมพันธ์ที่ว่า $3-6P_q = 0$ ซึ่งจากการแก้สมการจะทำให้ได้ $P_q = 0.5$ ในกรณีที่ $\frac{\partial \pi_j}{\partial P_q} = 0 \quad P_q = 0.5 \quad P^* = [0,1]$ หมายความว่า P^* มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 1

หมายความว่า ถ้าหากก่อนที่โจรจะทำการปล้น โจรมีกราดดูลาดเลาและพบว่าตำรวจมีความน่าจะเป็นที่จะเลือกเส้นทางในการสกัดจับคนร้ายไปทางซ้ายที่ 0.5 (โอกาสที่ตำรวจจะไปทางซ้ายและทางขวาเท่าๆกัน 50-50) ในกรณีนี้โจรจะมีความน่าจะเป็นที่จะเลือกไปทางซ้ายที่ทำให้ผลตอบแทนสูงสุด ($P^* = 0.5$) เท่าไหร่ก็ได้ เรียกได้ว่าถ้าโจรมีข้อมูลทางสถิติว่าโอกาสที่ตำรวจจะเลือกเส้นทางในการสกัดจับโจรทางซ้าย หรือทางขวานั้นเป็น 50-50 โจรจะตัดสินใจอย่างไรก็ได้ จะพันธงหนีไปทางซ้ายเลย ($P^* = 1$) หรือจะพันธงหนีไปทางขวาเลย ($P^* = 0$) หรือจะลั้งเลาะไปตามไปทางซ้าย หรือทางขวา (P^* มีค่าอยู่ระหว่าง 0 และ 1) ก็เอาเถิดครับปล่อยให้ชีวิตเป็นไปตามดวง โจรก็จะสามารถทำให้ผลตอบแทนสูงสุดได้

$$\text{ในกรณีที่ } \frac{\partial \pi_j}{\partial P_q} < 0 \quad 0.5 < P_q \leq 1 \quad P^* = 0$$

หมายความว่า ถ้าโจรได้ศึกษาลาดเลาและพบว่าตำรวจมีความน่าจะเป็นที่จะเลือกสกัดจับโจรโดยใช้เส้นทางทางซ้ายมากกว่าที่จะเลือกไปทางขวา ($0.5 < P_q \leq 1$) หากแทนค่าที่ $\frac{\partial \pi_j}{\partial P_q} = 3-6P_q$ จะ

ทำให้เราทราบว่า $\frac{\partial \pi_j}{\partial P_q} < 0$ หมายความว่ายิ่ง P_q มากขึ้นยิ่งทำให้ผลตอบแทนของโจรมันลดลง (ดังนั้นเราจึงควรลดค่า P_q ให้ไปสู่ค่าที่น้อยที่สุดเพื่อให้ผลตอบแทนโจรมากที่สุด ซึ่งตามทฤษฎีความน่าจะเป็น P_q จะมีค่าน้อยที่สุดที่ 0) ดังนั้นถ้าโจรได้ดูลาดเลาจนมีข้อมูลว่าตำรวจมักจะเลือกเส้นทางสกัดจับโจรในทางซ้าย โจรควรจะต้องพันธงไปเลยว่าจะต้องไม่หนีไปทางซ้าย ($P^* = 0$)

$$\text{ในกรณีที่ } \frac{\partial \pi_j}{\partial P_q} > 0 \quad 0 \leq P_q < 0.5 \quad P^* = 1$$

หมายความว่า ถ้าโจรมีความน่าจะเป็นที่จะเลือกหนีไปทางขวามากกว่าที่จะหนีไปทางขวา ($0 \leq P_q < 0.5$) หากแทนค่าที่

สมการ $\frac{\partial \pi_j}{\partial P_q} = 3-6P_q$ จะทำให้เราทราบว่า $\frac{\partial \pi_j}{\partial P_q} > 0$ หมายความว่ายิ่ง P_q มากขึ้นยิ่งทำให้ผลตอบแทนของโจรมันเพิ่มขึ้น

(ดังนั้นเราจึงควรเพิ่มค่า P_q ให้ไปสู่ค่าที่มากที่สุดเพื่อให้ผลตอบแทนโจรมากที่สุด ซึ่งตามทฤษฎีความน่าจะเป็น P_q จะมีค่ามากที่สุดที่ 1) ดังนั้นถ้าโจรได้ดูลาดเลา จนมีข้อมูลว่าตำรวจมีโอกาสน้อยมากที่จะตั้งด่านสกัดทางซ้าย (นั่นหมายความว่า ข้อมูลระบุว่าตำรวจน่าจะเลือกสกัดทางขวา) โจรต้องพันธงไปเลยว่าจะต้องหนีไปทางขวานั้นเอง ($P^* = 1$)

จากการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ตามทฤษฎีเกมในลักษณะของ Mixed Strategy จะทำให้เราทราบว่าถ้าเรามีข้อมูลที่บ่งชี้ความน่าจะเป็นว่าจะไปไหนทิศทางใด เราก็ควรจะตัดสินใจพันธง ไม่ควรที่จะลังเลไปไหนทิศทางที่เป็นประโยชน์ต่อตนเองให้มากที่สุด ไม่ใช่ว่าพอเจออะไรที่ไม่แน่นอนก็ปล่อยให้การตัดสินใจอยู่ในรูปแบบของการเดาสุ่ม ข้อมูลทางสถิติในการตัดสินใจนั้น มีความสำคัญอย่างมาก ถ้ามองในมุมของตำรวจ หากรู้ข้อมูลว่าโจรมักจะหนีไปทางไหน ตำรวจควรจะตัดสินใจเด็ดขาดไปเลยว่าจะต้องตามโจรไปทิศทางนั้นโดยไม่ลังเล ซึ่งความเด็ดเดียงนี้จะทำให้ตำรวจได้ผลตอบแทนมากที่สุด นั่นก็คือมีโอกาสที่จะทำให้ตำรวจสามารถจับโจรได้มากที่สุดนั่นเอง ในกรณีที่มองในมุมโจรถ้าโจรมีสาย หรือดูลาดเลาแล้วจนมั่นใจว่าตำรวจมักจะตั้งด่านสกัดทางไหน โจรก็ควรจะตัดสินใจเด็ดขาดในการหนีไปในทิศทางตรงกันข้ามแบบพันธงไม่ต้องลังเล

โลกนี้ไม่มีอะไรแน่นอนก็จริงครับ แต่ถ้าเรามีข้อมูล เรามีสถิติที่พอจะบ่งชี้ทิศทางอะไรได้บ้าง การตัดสินใจก็ทำได้ง่ายขึ้น แต่ที่สำคัญก็คือ ถ้าเรามีข้อมูลแล้วก็อย่ามัวลังเลใจ พันธงตัดสินใจไปได้เลย นี่เป็นปัญหาของผู้บริหารหลายๆ คนในชีวิตจริงนะครับ คือ พอมีข้อมูลแล้วก็ยังลังเล ไม่กล้าตัดสินใจ ให้หาข้อมูลเพิ่มเติมอยู่นั่นละครับ โดยกลัวที่จะแบกรับความเสี่ยง กลัวที่จะต้องพันธงตัดสินใจ ซึ่งทำให้ต้นทุนค่าเสียโอกาสมันมากขึ้นเรื่อยๆ จาก Mixed Strategy ก็อย่าลืมนะครับว่า “ถ้ามีข้อมูลแล้ว ให้พันธงได้เลย จะได้ผลลัพธ์ที่ดีที่สุดแน่นอนครับ” จากการคำนวณข้างต้นนี้ทำให้ดูกันมาเสียยี่สิบขวาน หากจะวาดเป็นกราฟ ก็สามารถวาดแผนผังได้ดังต่อไปนี้

อ่าน ต่อฉบับหน้า

